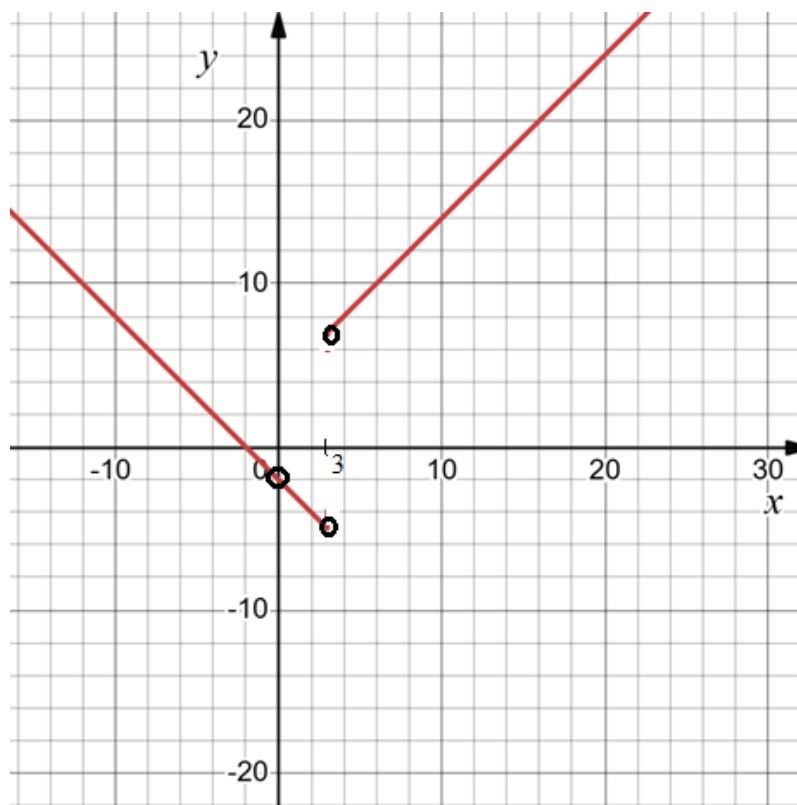


**Вказівки до розв'язування завдань I етапу Всеукраїнської олімпіади з
математики
2025/2026 навчальний рік**

9 клас

1. Побудуйте графік рівняння $y = \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2-6x+9}} + |x|^0$.



2. Березовий сік заповнюють у декілька 50-літрових бідони. Якщо його перелити в 40-літрові бідони, то їх буде треба на 5 бідонів більше, але один з них лишиться неповним. Якщо зібраний сік розлити у 70-літрові бідони, то знадобиться на 4 бідони менше, і знову один з них буде неповним. З'ясуйте, скільки 50-літрових бідонів заповнює зібраний сік?

Вказівка.

Запишемо умову задачі у вигляді таких нерівностей:

$$\begin{aligned} 40(n+4) < 50n < 40(n+5) \text{ та } 70(n-5) < 50n < 70(n-4) &\Rightarrow \\ 4n+16 < 5n < 4n+20 \text{ та } 7n-35 < 5n < 7n-28 &\Rightarrow \\ 16 < n < 20 \text{ та } 28 < 2n < 35 &\Rightarrow 16 < n < 17,5 \Rightarrow n = 17. \end{aligned}$$

Відповідь: 17

3. Підряд виписано 2025 чисел. Кожне з них, окрім першого та 3-х останніх дорівнює сумі сусідніх із ним чисел. Чому дорівнює сума всіх чисел, якщо сума трьох останніх чисел дорівнює 2026? Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язання. Нехай a – перше число, b – друге число. Тоді розглянемо ряд, який утворюють ці числа : $a, b, b-a, -a, -b, a-b, a, b, \dots$. Сума перших шести чисел дорівнює нулю. Оскільки $2025 = 6 \cdot 337 + 3$, а сума трьох останніх чисел дорівнює 2026. Тому сума всіх чисел дорівнює 2026.

4. Довжина основи AB трапеції $ABCD$ вдвічі більша від довжини основи CD і вдвічі більша від бічної сторони AD . Довжина діагоналі AC дорівнює a , довжина бічної сторони BC дорівнює b . Знайдіть площу трапеції $ABCD$.

Вказівка. Чотирикутник $ADCM$ – ромб, діагоналі якого дорівнюють a і b , M – середина основи AB .

Відповідь: $\frac{3}{4}ab$.

Кожна задача оцінюється в 7 балів